

Université de Thiès  
UFR Sciences économiques et Sociales  
Département de Management des Organisations  
Licence deuxième année MIO  
CM : Dr Mouhamad M Allaya  
TD : Mr Mamadou Mahamat Djabbi

---

TRAVAUX DIRIGES N°1

## Estimation et Tests Statistiques

---

### Exercice 1

Lire les probabilités suivantes sur les tables en supposant

$X \sim N(0, 1)$  :  $P(2 \leq X \leq 3)$ ,  $P(X \geq 2)$ ,  $P(X \leq 1)$ ,  $P(X \geq -1)$ ,  $P(X \geq -0,5)$ ,  $P(-0,6 \leq X \leq 1,2)$ ,  $P(|X| \leq 0,5)$ ,  $P(|X - 1| \geq 0,2)$ ,  $P(|X - 0,2| \leq 0,3)$ ,  $P((X - 1)^2 \leq 0,2)$ ,  $P(e^X \leq 1,5)$

### Exercice 2

Lire les probabilités suivantes sur les tables en supposant  $X \sim N(0,5, 2)$ , puis  $X \sim N(-0,1, 9)$  :  
 $P(2 \leq X \leq 3)$ ,  $P(X \geq 2)$ ,  $P(X \leq 1)$ ,  $P(X \geq -1)$ ,  $P(X \geq -0,5)$ ,  $P(-0,6 \leq X \leq 1,2)$ ,  
 $P(|X| \leq 0,5)$ ,  $P(|X - 1| \geq 0,2)$ ,  $P(|X - 0,2| \leq 0,3)$ ,  $P((X - 1)^2 \leq 0,2)$   $P(e^X \leq 1,5)$

### Exercice 3

Dans une usine de fabrication de composants électroniques, on suppose que la durée de vie d'un tel composant est une variable aléatoire  $X$  de densité  $f$  définie par

$$f(X) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{X}{\theta}} & \text{si } X > 0 \\ 0 & \text{si } X < 0 \end{cases}$$

Où  $\theta$  est un paramètre inconnu strictement positif.

On admet que  $E(X) = \theta$  et que  $V(X) = \theta^2$ .

On dispose d'un échantillon de taille  $n$  de  $X$ .

1. Déterminer l'estimateur du maximum de vraisemblance de  $\theta$ .
2. Montrer qu'il est sans biais, convergent et efficace.
3. Quel estimateur obtient-on par la méthode des moments ?

### Exercice 4

Sur un échantillon de 1600 personnes, on en a démontré 320 qui avaient les yeux bleus. Quelle est l'estimation du maximum de vraisemblance de la proportion de personnes aux yeux bleus et les propriétés de l'estimateur correspondant ?

## Exercice 5

Un constructeur de camions étudie la demande mensuelle de son produit. Une statistique portant sur l'année antérieure a fourni le résultat suivant :

| Mois      | Nombre de commandes $x_i$ |
|-----------|---------------------------|
| Janvier   | 44                        |
| Février   | 54                        |
| Mars      | 76                        |
| Avril     | 62                        |
| Mai       | 70                        |
| Juin      | 56                        |
| Juillet   | 48                        |
| Aout      | 34                        |
| Septembre | 78                        |
| Octobre   | 50                        |
| Novembre  | 62                        |
| Décembre  | 54                        |

On suppose que la demande mensuelle est régie par une loi Normale. Estimer au seuil de 5% la variance de la demande mensuelle.

- En supposant la moyenne de la population (demande mensuelle moyenne) connue et égale à 60 camions.
- Dans l'hypothèse de la moyenne de la population inconnue.

## Exercice 6

Soit  $(X, Y)$  un couple de variable aléatoire dont la loi est déterminée par la densité

$$f(X, Y) = \begin{cases} kXY & \text{si } (X, Y) \in [0, 5] \times [0, 2] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- Déterminer la valeur de la constante  $k$ .
- Déterminer les lois marginales de  $X$  et  $Y$ .
- ces variables sont-elles indépendantes ?

## Exercice 7

Le total des ventes hebdomadaires d'un produit alimentaire dans un magasin  $i$ ,  $1 \leq i \leq n$ , est une V.a.  $X_i$  de loi normal  $N(m_i, \sigma)$  a les valeurs  $m_i$  et  $\sigma$  sont supposées connues. Une campagne publicitaire de ce produit a pour conséquence d'augmenter les ventes, de telle sorte que chaque moyenne  $m_i$  est augmentée d'une même quantité  $\alpha$ .

- Déterminer un estimateur de  $\alpha$  construit à partir d'observations indépendantes  $(X_1, \dots, X_n)$  des ventes après cette campagne et étudier ses propriétés, puis construire un intervalle de confiance de niveau 0,95.
- Déterminer un estimateur du paramètre  $b$  dans le cas où chaque moyenne  $m_i$  est cette fois multipliée par  $b$  et étudier ses propriétés.
- Application aux données suivantes dans le cas où  $\sigma = 3$

|       |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $m_i$ | 98  | 101 | 104 | 99  | 100 | 102 | 95  | 97  | 105 | 103 |
| $x_i$ | 109 | 105 | 110 | 106 | 110 | 114 | 108 | 104 | 115 | 118 |

## Exercice 8

Dans une usine de fabrication de composants électroniques, on suppose que la durée de vie d'un tel composant est une variable aléatoire  $X$  de densité  $f$  définie par

$$f(X) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} & \text{si } X > 0 \\ 0 & \text{si } X \leq 0 \end{cases}$$

Où  $\theta$  est un paramètre inconnu strictement positif.

On admet que  $E(X) = \theta$  et que  $V(X) = \theta^2$ .

On dispose d'un échantillon de taille  $n$  de  $X$ .

1. Déterminer l'estimateur du maximum de vraisemblance de  $\theta$ .
2. Montrer qu'il est sans biais, convergent et efficace.
3. Quel estimateur obtient-on par la méthode des moments ?

## Exercice 9

Sur un échantillon de 1600 personnes, on en a démontré 320 qui avaient les yeux bleus. Quelle est l'estimation du maximum de vraisemblance de la proportion de personnes aux yeux bleus et les propriétés de l'estimateur correspondant ?

## Exercice 10

Le total des ventes hebdomadaires d'un produit alimentaire dans un magasin  $i$ ,  $1 \leq i \leq n$ , est une V.a.  $X_i$  de loi normal  $N(m_i, \sigma)$  où les valeurs  $m_i$  et  $\sigma$  sont supposées connues. Une campagne publicitaire de ce produit a pour conséquence d'augmenter les ventes, de telle sorte que chaque moyenne  $m_i$  est augmentée d'une même quantité  $\alpha$ .

1. Déterminer un estimateur de  $\alpha$  construit à partir d'observations indépendantes  $(X_1, \dots, X_n)$  des ventes après cette campagne et étudier ses propriétés, puis construire un intervalle de confiance de niveau 0,95.
2. Déterminer un estimateur du paramètre  $b$  dans le cas où chaque moyenne  $m_i$  est cette fois multipliée par  $b$  et étudier ses propriétés.
3. Application aux données suivantes dans le cas où  $\sigma = 3$

|       |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $m_i$ | 98  | 101 | 104 | 99  | 100 | 102 | 95  | 97  | 105 | 103 |
| $x_i$ | 109 | 105 | 110 | 106 | 110 | 114 | 108 | 104 | 115 | 118 |

## Exercice 11

Dans une ville BETA, le taux de chômage chez les jeunes était de 68%. Durant les élections locales un candidat A, promet de créer beaucoup d'emplois pour les jeunes afin d'endiguer le chômage, c'est ce qui lui a même valu d'être élu comme maire. Après un mandat écoulé, on veut vérifier si la promesse électorale a été respectée. On interroge pour cela 800 jeunes, 610 disent n'avoir pas trouvé du travail.

1. Faites une estimation du taux de chômage après un mandat.
2. Estimer par intervalle de confiance de niveau 90% le taux de chômage.
3. La promesse électorale est elle respectée au seuil de 10% ?

## Exercice 12

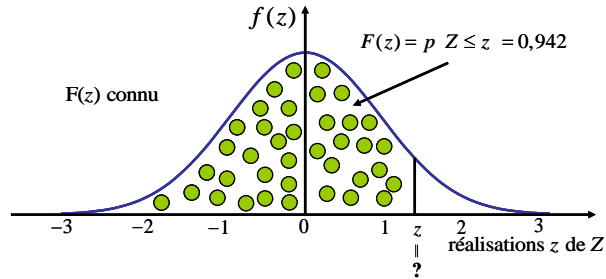
On se propose d'étudier la durée de vie d'un nouveau type de téléviseur TV. On supposera dans tout ce qui suit que la durée de vie suit une loi normale de paramètres  $\mu$  et  $\sigma$ . Les paramètres  $\mu$  et  $\sigma$  étant inconnus, on prélève un échantillon de 15 téléviseurs TV et on obtient une durée de vie moyenne 2100 heures et un écart type 120 heures.

1. Peut-on considérer que la moyenne est strictement supérieure à 2000 avec une marge d'erreur de 5% ?
2. Tester au seuil  $\alpha = 0,05$  si la variance est plus petite que 40.000.

### 1 Table de la Loi normale centrée réduite, valeurs de $F(z)$ .

|            |          |             |             |             |             |             |             |             |             |             |
|------------|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|            | <b>0</b> | <b>0,01</b> | <b>0,02</b> | <b>0,03</b> | <b>0,04</b> | <b>0,05</b> | <b>0,06</b> | <b>0,07</b> | <b>0,08</b> | <b>0,09</b> |
| <b>0</b>   | 0,5000   | 0,5040      | 0,5080      | 0,5120      | 0,5160      | 0,5199      | 0,5239      | 0,5279      | 0,5319      | 0,5359      |
| <b>0,1</b> | 0,5398   | 0,5438      | 0,5478      | 0,5517      | 0,5557      | 0,5596      | 0,5636      | 0,5675      | 0,5714      | 0,5753      |
| <b>0,2</b> | 0,5793   | 0,5832      | 0,5871      | 0,5910      | 0,5948      | 0,5987      | 0,6026      | 0,6064      | 0,6103      | 0,6141      |
| <b>0,3</b> | 0,6179   | 0,6217      | 0,6255      | 0,6293      | 0,6331      | 0,6368      | 0,6406      | 0,6443      | 0,6480      | 0,6517      |
| <b>0,4</b> | 0,6554   | 0,6591      | 0,6628      | 0,6664      | 0,6700      | 0,6736      | 0,6772      | 0,6808      | 0,6844      | 0,6879      |
| <b>0,5</b> | 0,6915   | 0,6950      | 0,6985      | 0,7019      | 0,7054      | 0,7088      | 0,7123      | 0,7157      | 0,7190      | 0,7224      |
| <b>0,6</b> | 0,7257   | 0,7291      | 0,7324      | 0,7357      | 0,7389      | 0,7422      | 0,7454      | 0,7486      | 0,7517      | 0,7549      |
| <b>0,7</b> | 0,7580   | 0,7611      | 0,7642      | 0,7673      | 0,7704      | 0,7734      | 0,7764      | 0,7794      | 0,7823      | 0,7852      |
| <b>0,8</b> | 0,7881   | 0,7910      | 0,7939      | 0,7967      | 0,7995      | 0,8023      | 0,8051      | 0,8078      | 0,8106      | 0,8133      |
| <b>0,9</b> | 0,8159   | 0,8186      | 0,8212      | 0,8238      | 0,8264      | 0,8289      | 0,8315      | 0,8340      | 0,8365      | 0,8389      |
| <b>1</b>   | 0,8413   | 0,8438      | 0,8461      | 0,8485      | 0,8508      | 0,8531      | 0,8554      | 0,8577      | 0,8599      | 0,8621      |
| <b>1,1</b> | 0,8643   | 0,8665      | 0,8686      | 0,8708      | 0,8729      | 0,8749      | 0,8770      | 0,8790      | 0,8810      | 0,8830      |
| <b>1,2</b> | 0,8849   | 0,8869      | 0,8888      | 0,8907      | 0,8925      | 0,8944      | 0,8962      | 0,8980      | 0,8997      | 0,9015      |
| <b>1,3</b> | 0,9032   | 0,9049      | 0,9066      | 0,9082      | 0,9099      | 0,9115      | 0,9131      | 0,9147      | 0,9162      | 0,9177      |
| <b>1,4</b> | 0,9192   | 0,9207      | 0,9222      | 0,9236      | 0,9251      | 0,9265      | 0,9279      | 0,9292      | 0,9306      | 0,9319      |
| <b>1,5</b> | 0,9332   | 0,9345      | 0,9357      | 0,9370      | 0,9382      | 0,9394      | 0,9406      | 0,9418      | 0,9429      | 0,9441      |
| <b>1,6</b> | 0,9452   | 0,9463      | 0,9474      | 0,9484      | 0,9495      | 0,9505      | 0,9515      | 0,9525      | 0,9535      | 0,9545      |
| <b>1,7</b> | 0,9554   | 0,9564      | 0,9573      | 0,9582      | 0,9591      | 0,9599      | 0,9608      | 0,9616      | 0,9625      | 0,9633      |
| <b>1,8</b> | 0,9641   | 0,9649      | 0,9656      | 0,9664      | 0,9671      | 0,9678      | 0,9686      | 0,9693      | 0,9699      | 0,9706      |
| <b>1,9</b> | 0,9713   | 0,9719      | 0,9726      | 0,9732      | 0,9738      | 0,9744      | 0,9750      | 0,9756      | 0,9761      | 0,9767      |
| <b>2</b>   | 0,9772   | 0,9778      | 0,9783      | 0,9788      | 0,9793      | 0,9798      | 0,9803      | 0,9808      | 0,9812      | 0,9817      |
| <b>2,1</b> | 0,9821   | 0,9826      | 0,9830      | 0,9834      | 0,9838      | 0,9842      | 0,9846      | 0,9850      | 0,9854      | 0,9857      |
| <b>2,2</b> | 0,9861   | 0,9864      | 0,9868      | 0,9871      | 0,9875      | 0,9878      | 0,9881      | 0,9884      | 0,9887      | 0,9890      |
| <b>2,3</b> | 0,9893   | 0,9896      | 0,9898      | 0,9901      | 0,9904      | 0,9906      | 0,9909      | 0,9911      | 0,9913      | 0,9916      |
| <b>2,4</b> | 0,9918   | 0,9920      | 0,9922      | 0,9925      | 0,9927      | 0,9929      | 0,9931      | 0,9932      | 0,9934      | 0,9936      |
| <b>2,5</b> | 0,9938   | 0,9940      | 0,9941      | 0,9943      | 0,9945      | 0,9946      | 0,9948      | 0,9949      | 0,9951      | 0,9952      |
| <b>2,6</b> | 0,9953   | 0,9955      | 0,9956      | 0,9957      | 0,9959      | 0,9960      | 0,9961      | 0,9962      | 0,9963      | 0,9964      |
| <b>2,7</b> | 0,9965   | 0,9966      | 0,9967      | 0,9968      | 0,9969      | 0,9970      | 0,9971      | 0,9972      | 0,9973      | 0,9974      |
| <b>2,8</b> | 0,9974   | 0,9975      | 0,9976      | 0,9977      | 0,9977      | 0,9978      | 0,9979      | 0,9979      | 0,9980      | 0,9981      |
| <b>2,9</b> | 0,9981   | 0,9982      | 0,9982      | 0,9983      | 0,9984      | 0,9984      | 0,9985      | 0,9985      | 0,9986      | 0,9986      |

**Annexe A5 – Loi de Laplace-Gauss centrée réduite, valeurs de  $z$  pour  $F(z)$  donné**



Exemple :  $z = 1,5718$  se lit à l'intersection de la ligne de droite 0,94 et de la colonne du bas 0,002.

Attention : le signe de  $z$  doit être déterminé par l'utilisateur (si  $F(z) = 0,058$ , alors  $z = -1,5718$ ).

| $F(z)$      | 0,000        | 0,001        | 0,002        | 0,003        | 0,004        | 0,005        | 0,006        | 0,007        | 0,008        | 0,009        | 0,010        |             |
|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------------|
| <b>0</b>    | infini       | 3,0902       | 2,8782       | 2,7478       | 2,6521       | 2,5758       | 2,5121       | 2,4573       | 2,4089       | 2,3656       | 2,3263       | <b>0,99</b> |
| <b>0,01</b> | 2,3263       | 2,2904       | 2,2571       | 2,2262       | 2,1973       | 2,1701       | 2,1444       | 2,1201       | 2,0969       | 2,0748       | 2,0537       | <b>0,98</b> |
| <b>0,02</b> | 2,0537       | 2,0335       | 2,0141       | 1,9954       | 1,9774       | 1,9600       | 1,9431       | 1,9268       | 1,9110       | 1,8957       | 1,8808       | <b>0,97</b> |
| <b>0,03</b> | 1,8808       | 1,8663       | 1,8522       | 1,8384       | 1,8250       | 1,8119       | 1,7991       | 1,7866       | 1,7744       | 1,7624       | 1,7507       | <b>0,96</b> |
| <b>0,04</b> | 1,7507       | 1,7392       | 1,7279       | 1,7169       | 1,7060       | 1,6954       | 1,6849       | 1,6747       | 1,6646       | 1,6546       | 1,6449       | <b>0,95</b> |
| <b>0,05</b> | 1,6449       | 1,6352       | 1,6258       | 1,6164       | 1,6072       | 1,5982       | 1,5893       | 1,5805       | 1,5718       | 1,5632       | 1,5548       | <b>0,94</b> |
| <b>0,06</b> | 1,5548       | 1,5464       | 1,5382       | 1,5301       | 1,5220       | 1,5141       | 1,5063       | 1,4985       | 1,4909       | 1,4833       | 1,4758       | <b>0,93</b> |
| <b>0,07</b> | 1,4758       | 1,4684       | 1,4611       | 1,4538       | 1,4466       | 1,4395       | 1,4325       | 1,4255       | 1,4187       | 1,4118       | 1,4051       | <b>0,92</b> |
| <b>0,08</b> | 1,4051       | 1,3984       | 1,3917       | 1,3852       | 1,3787       | 1,3722       | 1,3658       | 1,3595       | 1,3532       | 1,3469       | 1,3408       | <b>0,91</b> |
| <b>0,09</b> | 1,3408       | 1,3346       | 1,3285       | 1,3225       | 1,3165       | 1,3106       | 1,3047       | 1,2988       | 1,2930       | 1,2873       | 1,2816       | <b>0,90</b> |
| <b>0,10</b> | 1,2816       | 1,2759       | 1,2702       | 1,2646       | 1,2591       | 1,2536       | 1,2481       | 1,2426       | 1,2372       | 1,2319       | 1,2265       | <b>0,89</b> |
| <b>0,11</b> | 1,2265       | 1,2212       | 1,2160       | 1,2107       | 1,2055       | 1,2004       | 1,1952       | 1,1901       | 1,1850       | 1,1800       | 1,1750       | <b>0,88</b> |
| <b>0,12</b> | 1,1750       | 1,1700       | 1,1650       | 1,1601       | 1,1552       | 1,1503       | 1,1455       | 1,1407       | 1,1359       | 1,1311       | 1,1264       | <b>0,87</b> |
| <b>0,13</b> | 1,1264       | 1,1217       | 1,1170       | 1,1123       | 1,1077       | 1,1031       | 1,0985       | 1,0939       | 1,0893       | 1,0848       | 1,0803       | <b>0,86</b> |
| <b>0,14</b> | 1,0803       | 1,0758       | 1,0714       | 1,0669       | 1,0625       | 1,0581       | 1,0537       | 1,0494       | 1,0451       | 1,0407       | 1,0364       | <b>0,85</b> |
| <b>0,15</b> | 1,0364       | 1,0322       | 1,0279       | 1,0237       | 1,0194       | 1,0152       | 1,0110       | 1,0069       | 1,0027       | 0,9986       | 0,9945       | <b>0,84</b> |
| <b>0,16</b> | 0,9945       | 0,9904       | 0,9863       | 0,9822       | 0,9782       | 0,9741       | 0,9701       | 0,9661       | 0,9621       | 0,9581       | 0,9542       | <b>0,83</b> |
| <b>0,17</b> | 0,9542       | 0,9502       | 0,9463       | 0,9424       | 0,9385       | 0,9346       | 0,9307       | 0,9269       | 0,9230       | 0,9192       | 0,9154       | <b>0,82</b> |
| <b>0,18</b> | 0,9154       | 0,9116       | 0,9078       | 0,9040       | 0,9002       | 0,8965       | 0,8927       | 0,8890       | 0,8853       | 0,8816       | 0,8779       | <b>0,81</b> |
| <b>0,19</b> | 0,8779       | 0,8742       | 0,8706       | 0,8669       | 0,8632       | 0,8596       | 0,8560       | 0,8524       | 0,8488       | 0,8452       | 0,8416       | <b>0,80</b> |
| <b>0,20</b> | 0,8416       | 0,8381       | 0,8345       | 0,8310       | 0,8274       | 0,8239       | 0,8204       | 0,8169       | 0,8134       | 0,8099       | 0,8064       | <b>0,79</b> |
| <b>0,21</b> | 0,8064       | 0,8030       | 0,7995       | 0,7961       | 0,7926       | 0,7892       | 0,7858       | 0,7824       | 0,7790       | 0,7756       | 0,7722       | <b>0,78</b> |
| <b>0,22</b> | 0,7722       | 0,7688       | 0,7655       | 0,7621       | 0,7588       | 0,7554       | 0,7521       | 0,7488       | 0,7454       | 0,7421       | 0,7388       | <b>0,77</b> |
| <b>0,23</b> | 0,7388       | 0,7356       | 0,7323       | 0,7290       | 0,7257       | 0,7225       | 0,7192       | 0,7160       | 0,7128       | 0,7095       | 0,7063       | <b>0,76</b> |
| <b>0,24</b> | 0,7063       | 0,7031       | 0,6999       | 0,6967       | 0,6935       | 0,6903       | 0,6871       | 0,6840       | 0,6808       | 0,6776       | 0,6745       | <b>0,75</b> |
| <b>0,25</b> | 0,6745       | 0,6713       | 0,6682       | 0,6651       | 0,6620       | 0,6588       | 0,6557       | 0,6526       | 0,6495       | 0,6464       | 0,6433       | <b>0,74</b> |
| <b>0,26</b> | 0,6433       | 0,6403       | 0,6372       | 0,6341       | 0,6311       | 0,6280       | 0,6250       | 0,6219       | 0,6189       | 0,6158       | 0,6128       | <b>0,73</b> |
| <b>0,27</b> | 0,6128       | 0,6098       | 0,6068       | 0,6038       | 0,6008       | 0,5978       | 0,5948       | 0,5918       | 0,5888       | 0,5858       | 0,5828       | <b>0,72</b> |
| <b>0,28</b> | 0,5828       | 0,5799       | 0,5769       | 0,5740       | 0,5710       | 0,5681       | 0,5651       | 0,5622       | 0,5592       | 0,5563       | 0,5534       | <b>0,71</b> |
| <b>0,29</b> | 0,5534       | 0,5505       | 0,5476       | 0,5446       | 0,5417       | 0,5388       | 0,5359       | 0,5330       | 0,5302       | 0,5273       | 0,5244       | <b>0,70</b> |
| <b>0,30</b> | 0,5244       | 0,5215       | 0,5187       | 0,5158       | 0,5129       | 0,5101       | 0,5072       | 0,5044       | 0,5015       | 0,4987       | 0,4958       | <b>0,69</b> |
| <b>0,31</b> | 0,4958       | 0,4930       | 0,4902       | 0,4874       | 0,4845       | 0,4817       | 0,4789       | 0,4761       | 0,4733       | 0,4705       | 0,4677       | <b>0,68</b> |
| <b>0,32</b> | 0,4677       | 0,4649       | 0,4621       | 0,4593       | 0,4565       | 0,4538       | 0,4510       | 0,4482       | 0,4454       | 0,4427       | 0,4399       | <b>0,67</b> |
| <b>0,33</b> | 0,4399       | 0,4372       | 0,4344       | 0,4316       | 0,4289       | 0,4261       | 0,4234       | 0,4207       | 0,4179       | 0,4152       | 0,4125       | <b>0,66</b> |
| <b>0,34</b> | 0,4125       | 0,4097       | 0,4070       | 0,4043       | 0,4016       | 0,3989       | 0,3961       | 0,3934       | 0,3907       | 0,3880       | 0,3853       | <b>0,65</b> |
| <b>0,35</b> | 0,3853       | 0,3826       | 0,3799       | 0,3772       | 0,3745       | 0,3719       | 0,3692       | 0,3665       | 0,3638       | 0,3611       | 0,3585       | <b>0,64</b> |
| <b>0,36</b> | 0,3585       | 0,3558       | 0,3531       | 0,3505       | 0,3478       | 0,3451       | 0,3425       | 0,3398       | 0,3372       | 0,3345       | 0,3319       | <b>0,63</b> |
| <b>0,37</b> | 0,3319       | 0,3292       | 0,3266       | 0,3239       | 0,3213       | 0,3186       | 0,3160       | 0,3134       | 0,3107       | 0,3081       | 0,3055       | <b>0,62</b> |
| <b>0,38</b> | 0,3055       | 0,3029       | 0,3002       | 0,2976       | 0,2950       | 0,2924       | 0,2898       | 0,2871       | 0,2845       | 0,2819       | 0,2793       | <b>0,61</b> |
| <b>0,39</b> | 0,2793       | 0,2767       | 0,2741       | 0,2715       | 0,2689       | 0,2663       | 0,2637       | 0,2611       | 0,2585       | 0,2559       | 0,2533       | <b>0,60</b> |
| <b>0,40</b> | 0,2533       | 0,2508       | 0,2482       | 0,2456       | 0,2430       | 0,2404       | 0,2378       | 0,2353       | 0,2327       | 0,2301       | 0,2275       | <b>0,59</b> |
| <b>0,41</b> | 0,2275       | 0,2250       | 0,2224       | 0,2198       | 0,2173       | 0,2147       | 0,2121       | 0,2096       | 0,2070       | 0,2045       | 0,2019       | <b>0,58</b> |
| <b>0,42</b> | 0,2019       | 0,1993       | 0,1968       | 0,1942       | 0,1917       | 0,1891       | 0,1866       | 0,1840       | 0,1815       | 0,1789       | 0,1764       | <b>0,57</b> |
| <b>0,43</b> | 0,1764       | 0,1738       | 0,1713       | 0,1687       | 0,1662       | 0,1637       | 0,1611       | 0,1586       | 0,1560       | 0,1535       | 0,1510       | <b>0,56</b> |
| <b>0,44</b> | 0,1510       | 0,1484       | 0,1459       | 0,1434       | 0,1408       | 0,1383       | 0,1358       | 0,1332       | 0,1307       | 0,1282       | 0,1257       | <b>0,55</b> |
| <b>0,45</b> | 0,1257       | 0,1231       | 0,1206       | 0,1181       | 0,1156       | 0,1130       | 0,1105       | 0,1080       | 0,1055       | 0,1030       | 0,1004       | <b>0,54</b> |
| <b>0,46</b> | 0,1004       | 0,0979       | 0,0954       | 0,0929       | 0,0904       | 0,0878       | 0,0853       | 0,0828       | 0,0803       | 0,0778       | 0,0753       | <b>0,53</b> |
| <b>0,47</b> | 0,0753       | 0,0728       | 0,0702       | 0,0677       | 0,0652       | 0,0627       | 0,0602       | 0,0577       | 0,0552       | 0,0527       | 0,0502       | <b>0,52</b> |
| <b>0,48</b> | 0,0502       | 0,0476       | 0,0451       | 0,0426       | 0,0401       | 0,0376       | 0,0351       | 0,0326       | 0,0301       | 0,0276       | 0,0251       | <b>0,51</b> |
| <b>0,49</b> | 0,0251       | 0,0226       | 0,0201       | 0,0175       | 0,0150       | 0,0125       | 0,0100       | 0,0075       | 0,0050       | 0,0025       | 0,0000       | <b>0,50</b> |
|             | <b>0,010</b> | <b>0,009</b> | <b>0,008</b> | <b>0,007</b> | <b>0,006</b> | <b>0,005</b> | <b>0,004</b> | <b>0,003</b> | <b>0,002</b> | <b>0,001</b> | <b>0,000</b> | $F(z)$      |