



# Analyse marginale

## Définition

En économie, l'expression *analyse marginale* est une technique qui permet d'étudier l'effet que produit sur une fonction (coût, revenu, demande, production,...) un accroissement d'une unité de la variable indépendante.

## Méthodologie

- Déterminer la fonction (coût, revenu, demande, production,...) à étudier
- Calculer la fonction marginale
- Evaluer la valeur de la fonction marginale au point indiqué

# Coût marginal

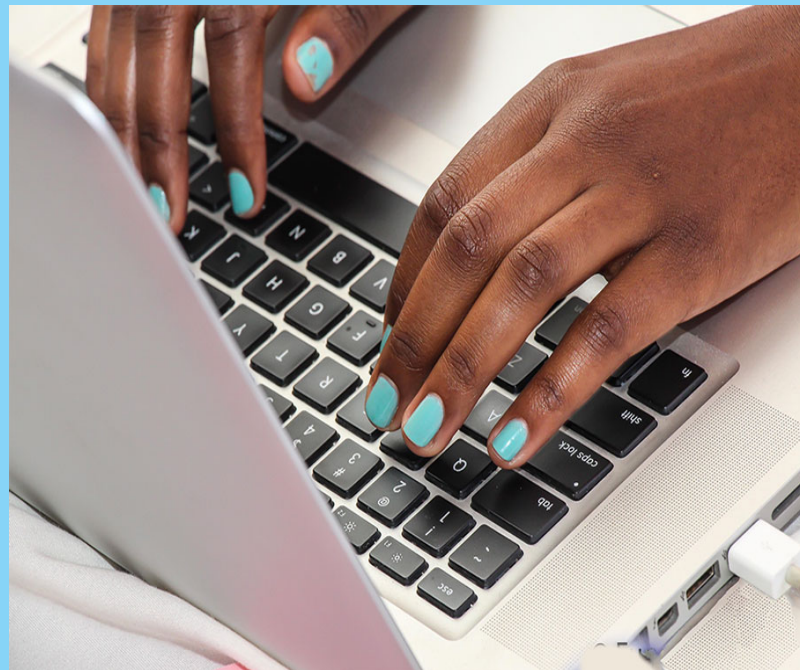
## Exemple : coût marginal

On estime que le coût de production total (en \$) de  $x$  chandails est

$$C(x) = 500 + 3x + 40\sqrt{x}$$

dollars Si présentement on fabrique 100 chandails

1. déterminer le coût total de cette production,
2. déterminer ce qu'il en coûterait pour produire le 101e chandail.



# Coût marginal

## Solution

Évaluons d'abord le coût de production total de 100 chandails. Pour cela, il suffit de remplacer  $x$  par 100 dans l'équation du coût de production des chandails.

$$C(x) = 500 + 3(100) + 40\sqrt{100}$$
$$\square\square\square = 1200\$$$

On obtient le coût pour produire le 101e chandail en effectuant la différence suivante:

$$C(101) - C(100) = 500 + 3(101) + 40\sqrt{101} - (500 + 3(100) + 40\sqrt{100})$$
$$\square\square\square\square\square\square\square\square\square\square = 4,995\$$$

Le coût de production du 101e chandail est donc 4,995\$.



# Coût marginal

Graphiquement le coût réel pour produire le 101<sup>e</sup> chandail correspond à la pente de la droite sécante passant par les points A et B.

$$\text{Le coût du } 101^{\text{e}} \text{ chandail} = \frac{C(101) - C(100)}{101 - 100}$$

Les économistes obtiennent une bonne approximation de ce coût en utilisant la pente de la tangente au point A

$$\text{Le coût du } 101^{\text{e}} \text{ chandail} \sim C'(100)$$

# Coût marginal

La dérivée constitue un moyen rapide d'obtenir les coûts engendrés par la production du  $x_e$  chandail. Ainsi le coût du

$$201^{\text{e}} \text{ chandail} \sim C'(200) = 4,41\$$$

$$401^{\text{e}} \text{ chandail} \sim C'(400) = 4,00\$$$

$$1001^{\text{e}} \text{ chandail} \sim C'(1000) = 3,63\$$$

# Autres exemples de calcul marginal

- Le concept peut être appliqué à plusieurs autres types de fonctions.
- À la fonction «profit» d'un produit, on parlera de profit marginal.
- À la fonction «production» d'un produit, on parlera de production marginale.
- À la fonction «revenu» d'un produit, on parlera de revenu marginal, etc.

# Taux liés

## Définition

La dérivée est souvent utilisée pour calculer le taux de variation d'une variable reliée à une autre dont le taux de variation est connu. On parlera dans ce cas de taux liés

## Méthodologie

- Représenter graphiquement le problème lorsque c'est possible de définir les variables nécessaires à sa solution.
- Indiquer le taux de variation cherché.
- Indiquer le taux de variation connu.
- Trouver une relation entre les variables.
- Dériver implicitement par rapport à la variable indépendante.
- Calculer la quantité cherchée à l'aide des données du problème.

# Taux liés

## Exemple

On lance un caillou dans un lac. Le caillou produit des ondes circulaires à partir de son point de chute. Le rayon du cercle ainsi formé s'accroît de 3 cm/s. Calculer le taux d'accroissement de l'aire du cercle par rapport au temps quand le rayon mesure 10cm.

## Solution

- Désignons par
  - $r$  : le rayon du cercle après  $t$  secondes,
  - $A$  : l'aire du cercle après  $t$  seconde,

# Taux liés

- On cherche  $\frac{dA}{dt}$  quand  $r = 10$  cm
- On sait que  $\frac{dr}{dt} = 3$  cm/s
- L'aire est reliée au rayon par la relation  $A = \pi r^2$
- $A$  et  $r$  sont deux fonctions de  $t$ , dérivons par rapport à  $t$  chaque membre de l'équation

$$\frac{dA}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt} \implies \frac{dA}{dt} \Big|_{(r=10)} = 2\pi * 10 * 3 \text{ cm}^2/\text{s}$$
$$= 60\pi \text{ cm}^2/\text{s}$$

**Conclusion:** L'aire augmente donc à raison de  $60\pi \text{ cm}^2/\text{s}$

A VENIR DANS LA PROCHAINE SEQUENCE: SEQUENCE 2

- Optimisation de fonctions d'une ou de plusieurs variables réelles